

### 3. 指數函數及對數函數 (Exponential and Logarithmic Functions)

- 指數函數係指  $a^x$ ；對數函數係指  $\log_a x$ 。
  - $a$  叫做“底” (base)。
    - ◆ 對一個指數函數或者對數函數嚟講佢係一個實數，係唔會變嘅。
    - ◆ 例如  $a$  可以係 2。
  - $x$  係一個變量。而隨住  $x$  改變，函數嘅值就會變。例如  $2^3 = 8$ ， $2^4 = 16$ 。
  - 我相信對大部份嘅同學嚟講， $\log$  依個函數都係好陌生。後面會詳細 d 再講。
- ◇ 雖然依個課題係被列為“非基礎課題”，但咁並唔等於大家可以唔理指數。相反，簡單嘅指數化簡可以講係每年會考必出嘅題目，就連文憑數學嘅樣本試卷都係咁出法。
  - 如果我哋參照返 2010 年“末代”會考數學嘅課程，喺“基礎部分”度係有“利用整數指數定律以化簡最多含兩個變數的代數式”。
    - ◆ 其實依類嘅題目同技巧其實已經喺初中嘅時候教過。
  - 而文憑數學係會當大家已經完成初中課程，所以都可能會出一 D “初中課程”嘅題目。所以我哋唔可以講考評局亂出卷。
- ◇ 因此喺依度先同大家溫一溫“整數指數定律”。
  - 另一方面，其實依一課所教嘅“有理數指數定律”都唔係太難明，數學能力較差嘅同學都可以試吓去學埋佢。
    - ◆ 至於“對數”嗰一部份，大家就要量力而為，因為考嘅比重唔應該好大。另一方面平日大家見同做對數嘅題目又真係唔係好多，數學唔好嘅同學會好易唔記得點計對數。

#### 3.0. 整數指數定律

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$	例 $b^2 \times b^4 = b^{2+4} = b^6$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$	例 $b^5 \div b^2 = b^{5-2} = b^3$
3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$	例 $(x^4)^3 = x^{4 \times 3} = x^{12}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$	例 $(y^2 b)^3 = y^{2 \times 3} b^3 = y^6 b^3$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	← 其實依條式同“4”係一樣嘅
6. $a^0 = 1$	例 $(xy)^0 = 1$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	

## 3.0.1. 定律解說

◇ 睇落好似好多定律要背，但其實只要明白當中道理，要記嘅主要係：

- $(a^m b^n)^p = a^{mp} b^{np}$
- $a^0 = 1$                       ← 見都咩都好，指數係 0 嘅嘢都等於 1
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \frac{1}{a^{-n}} = a^n$       ← 見到負數指數，就將佢搬去份數中嘅另一層

◇ 而“當中道理”係咁嘅：

- 你都知  $y \times y = y^2$ 。而  $y = y^1$ ，所以可以睇成個 2 就係由 1+1 計出嚟嘅。  
咁即係話： 兩個變數項相乘時，指數相加
- 同一道理： 兩個變數項相除時，指數相減
- 另外，唔好以為  $(a^3)^4 = a^{3+4} = a^7$   
 $(a^3)^4$  唔係兩個變數項相乘！ 係  $a^3$  自己乘自己 4 次！  
 $(a^3)^4 = (a^3) \times (a^3) \times (a^3) \times (a^3)$  ← 依家就係 4 個變數項相乘，所以指數相加  

$$= a^{3+3+3+3}$$

$$= a^{3 \times 4} = a^{12}$$

◇ 再睇上面嗰 3 條式，要明點用都唔會太難：

- 解說 1            化簡  $(a^3 b^2)^5$

解：  $(a^3 b^2)^5$   
 = “  $(a^3 b^2)$  自己乘自己 5 次 ”  
 = “ 5 個  $a^3$  ” 相乘 同埋 5 個  $b^2$  ” 相乘 ”  
 =  $a^{3 \times 5} b^{2 \times 5} = a^{15} b^{10}$

- 解說 2             $\frac{x^2}{x^2} = 1$                       ← 上下一樣，所以相約後等於 1

另一種解法：  $\frac{x^2}{x^2} = x^{2-2} = x^0 = 1$       ← 因為  $x^0 = 1$

- 解說 3             $\frac{1}{a^{-n}} = \frac{a^0}{a^{-n}} = a^{0-(-n)} = a^n$

講多一次： 見到負數指數，就將變數項搬去份數中嘅另一層，並將指數變成正數。

例子：  $\frac{b^{-2}}{x^{-3}} = \frac{x^3}{b^2}$