

3.5. 解指數方程和對數方程 (Solve Exponential Equations and Logarithmic Equations)

3.5.1. 解指數方程

◇ 指數方程最特別嘅地方係個未知數係喺“指數嘅位置”度。

■ 例如： $2^x = 4$

● 解指數方程嘅方法基本上有兩個：

■ 用眼睇

■ 用 log (即利用公式 $\log a^x = x \log a$)

例子：解方程 $3^x = 81$

解說：

● 依條喺“用眼睇”就可以解到嘅指數方程。

■ 而所謂“用眼睇”其實就係睇到 81 係同 3 嘅幾多次方有關 ($81 = 3^4$)。

● 見到依點就可以寫個答案出嚟：

$$3^x = 81$$

$$3^x = 3^4$$

$$x = 4$$

←比較兩邊指數

例子：解方程 $3^x = 50$

解說：

● 因為 50 同 3 嘅幾多次方冇咩關係，所以唔可以用上面嘅方法做依條數。

● 喺依個時候就要用 log 嚟計：

$$3^x = 50$$

$$\log 3^x = \log 50$$

←兩邊一齊擺 log

$$x \log 3 = \log 50$$

$$x = \log 50 / \log 3$$

←利用公式 $\log a^x = x \log a$

$$x = 3.56$$

←用計數機計 “log50 / log 3”

例子：解方程 $3^x = 81$

解說：

● 其實我哋可以唔用“用眼睇”嘅方法，總之見到解指數方程就擺 log：

$$3^x = 81$$

$$\log 3^x = \log 81$$

←兩邊一齊擺 log

$$x \log 3 = \log 81$$

←利用公式 $\log a^x = x \log a$

$$x = 4$$

←用計數機計 “log81 / log 3”

3.5.2. 解對數方程

☆ 對數方程最特別嘅地方係條方程入面一開始已經有“log”出現。

- 解對數方程基本上只有一個法，就係：
 - 整到兩邊都係“log 一嚟嘢”
 - 之後一齊整走個 log

例子： 解方程 $\log(2x + 4) = 1$

解說：

- 方程左邊已經係“log 一夠嘢”，所以唔駛變。
- 右邊係 1... 咁“1”係等於咩呢？用計數機用一用“Shift” “Log” 公能，就知 $1 = \log 10$ 。
- 所以個答案可以咁寫：

$$\begin{aligned} \log(2x + 4) &= 1 \\ \log(2x + 4) &= \log 10 && \leftarrow \text{依家兩邊都“log 一夠嘢”} \\ 2x + 4 &= 10 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

例子： 解方程 $\log(2x + 4) + \log 2 = 2$

解說：

- 方程左邊未係“log 一夠嘢”（係“兩夠 log”嘅相加），所以要變一變。
 - 睇返 log 嘅公式，有條係 $\log M + \log N = \log(MN)$ 。
 - 咁用咗佢咪可以將左邊變成“log 一夠嘢”囉。
- 右邊係 2... 用計數機可以計到 $2 = \log 100$ 。
- 所以個答案可以咁寫：

$$\begin{aligned} \log(2x + 4) + \log 2 &= 2 \\ \log[2(2x + 4)] &= \log 100 \\ 2(2x + 4) &= 100 \\ 2x + 4 &= 50 \\ x &= 23 \end{aligned}$$