

13.2. 解三角方程(一) (Solving Trigonometric Equations – Part 1)

◇ 喺第一部份要學識係解三角方程 $a \sin \theta = b$ 、 $a \cos \theta = b$ 、 $a \tan \theta = b$ 。

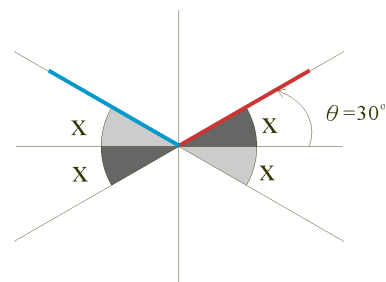
- 其實以上嘅方程大家喺初中已經學過點解（就係用計數機篤）。
- 依家唔同嘅係題目會可能有講 θ 係喺 0° 至 360° 之間（即 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ）。
- ◆ 當 θ 唔單止位於 0° 至 90° 時，方程就極有可能多過一個根（即答案）。

● 例如 “ $\sin \theta = 1/2$ $0^\circ < \theta < 360^\circ$ ” 依條方程就有兩個解嘅：

- 30° 係第一個解（依個係計數機會俾到我嘅答案）
- 150° 係第二個解（依個計數機唔會俾到我嘅）。

● 而求第二個解嘅方法如下（當我哋計緊 $\sin \theta = 1/2$ ）：

- 大家先要記得四個象限入面 \sin 、 \cos 、 \tan 幾時正幾時負。
 - ◆ 記嘅方法可以係 “CAST” 或 “Add Sugar To Coffee”（總之各施各法）。
- 當你用計數機計搵到第一個解嘅時候，畫左面嘅圖出嚟：
 - ◆ 先畫出一個米字
 - ◆ Mark 低第一個答案 $\theta = 30^\circ$ （即圖中的紅線）
 - ◆ 求圖中 x 的數值（咁啱都係 30° ）
 - ◆ 留意圖中的四個 x 也是相等的。
- 之後再根據題目定出第二個答案所在的象限：
 - ◆ 因題目講 “ $\sin \theta$ 係正”，所以第二個答案係喺第二象限度（即圖中的藍線）。
 - ◆ 所以第二個答案就係 “由 x -軸正方數起至藍線嘅角”。
 - ◆ 從圖中可看第二個答案 = $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。



● 另一個例子：解方程 $\sin \theta = -1/2$ $0^\circ < \theta < 360^\circ$

- 用計數機計到 $\theta = -30^\circ$ 。
 - ◆ 因為係負數，所以 “順時針數 30° ” 就係第一個答案嘅位置（即圖中的紅線）。
 - ◆ 留意因為答案要用正嘅度數表示，所以 $\theta = -30^\circ + 360^\circ = 330^\circ$
- 因題目講 “ $\sin \theta$ 係負”，所以第二個答案係喺第三象限（即圖中的藍線）。

從圖中可看第二個答案 = $180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ 。

- 所以最終答案係要咁寫：

$$\sin \theta = -1/2$$

$$\theta = 210^\circ \text{ 或 } \theta = 330^\circ$$

