

15.2. 理解概率加法定律和互斥事件及互補事件的概念 (Understanding the Addition Law of Probability and the Concepts of Mutually Exclusive Events and Complementary Events)

15.2.1. 概率加法定律

- 係未講概率加法定律之前，我哋先溫一溫概率嘅基本概念。
 - 假設某事件（或情況）為 A，咁我哋會用 P(A)嚟代表事件 A 發生嘅概率。

$$P(A) = \frac{\text{符合事件 A 的結果嘅數目}}{\text{所有可能結果嘅數目}}$$

- ◆ 睇返上面條式，你會發現當中提及“數數目”嘅概念。而依果亦係點解喺前面個課我哋要“排列和組合”。
- ◆ 另一方面，“符合事件 A 嘅結果”亦可以用一個集合嚟表達。
 - 例如：擲三個銀仔而得到兩個字嘅結果 = { TTH, THT, HTT }
- 而有關概率加法定律嘅概念可以用以下嘅例子講解：
 - 考慮一副 52 張嘅啤牌。我諗你都應該知當中有 13 隻紅心、4 隻 King、4 隻 Queen。
 - 當我哋從牌中抽一隻出嚟嘅時候，
 - ◆ $P(\text{抽到紅心}) = 13 / 52$ （為方便下面嘅講解，我唔化簡個分數了）
 - ◆ $P(\text{抽到 King}) = 4 / 52$ $P(\text{抽到 Queen}) = 4 / 52$
 - ◆ $P(\text{抽到 Queen 或抽到 King}) = 8/52$
 - 答案好似講緊“ $P(\text{抽到 Queen 或抽到 King}) = P(\text{抽到 King}) + P(\text{抽到 Queen})$ ”
 - ◆ $P(\text{抽到紅心或抽到 King}) = 16/52$
 - 點解我哋唔可以就咁“ $13/52 + 4/52 = 17/52$ ”而係“ $16/52$ ”呢？
 - 我諗你都答到係因為有一隻紅心 King，所以“ $13+4=17$ ”入面會數多一隻。
 - 咁到底 $P(A \text{ 或 } B)$ 幾時可以就咁變成“ $P(A) + P(B)$ ”，幾時唔得呢？
 - ◆ 依果就係“概率加法定律”所要講嘅嘢。
- “概率加法定律”係：
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - 上面我哋用咗一個更正確、更常用嘅寫法：
 - ◆ $P(A \cup B)$ 係代表“事件 A 或 事件 B”發生嘅概率。
 - ◆ $P(A \cap B)$ 係代表“事件 A 及 事件 B”同時發生嘅概率。
 - 其實只要諗一諗，我哋就應該明白“要減返 $P(A \cap B)$ ”就係因為“分開數 A 同 B 嘅結果”，然後“加埋佢哋”時，有時我哋會“數多咗”。

- 當你有一個印象係計“概率加法”嘅時候有時會“重覆計多咗一部份”嘅時候，我哋亦可以利用溫氏圖嚟理解依個“概率加法定律”。

- 我諗就係因為溫氏圖可以幫助我哋去理解概率中嘅一 D 概念、定理，所以喺 HKDSE 嘅課程先會加返入去。

- 我哋先考慮右面嘅溫氏圖。

- 因為“概率值 1”係“代表必定發生”，而長方形又代表咗“所有”，所以我哋會講長方形嘅面積值 1。

- 圓形 A 嘅面積就代表咗事件 A 發生嘅概率，即 $P(A)$ 。

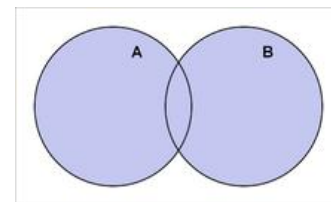
- 圓形 B 嘅面積就代表咗事件 B 發生嘅概率，即 $P(B)$ 。

- 圓形 A 同 B 重疊部份嘅面積 = $P(A \cap B)$

- 而“事件 A 或事件 B 會發生嘅概率”就係等於圖中有陰影部份嘅總面積。

即 $P(A \cup B) = \text{圓形 A 嘅面積} + \text{圓形 B 嘅面積} - \text{圓形 A 同 B 重疊部份嘅面積}$

即 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



- 利用“概率加法定律”計返抽啤牌嘅例題：

- $P(\text{抽到 Queen} \cup \text{抽到 King})$

= $P(\text{抽到 King}) + P(\text{抽到 Queen}) - P(\text{抽到 King} \cap \text{抽到 Queen})$

= $4/52 + 4/52 - 0$

(因為冇一隻牌又係 King 又係 Queen)

= $8/52$

- $P(\text{抽到紅心} \cup \text{抽到 King})$

= $P(\text{抽到紅心}) + P(\text{抽到 King}) - P(\text{抽到紅心} \cap \text{抽到 King})$

= $13/52 + 4/52 - 1/52$

(因為冇一隻紅心 King)

= $16/52$

15.2.2. 互斥事件及互補事件

- 可能你都有留意到，喺計“概率加法”嘅時候最特別就係多咗個 $P(A \cap B)$ 。
 - 而 $P(A \cap B)$ 有時會等於零、有時又唔等於零。(……好似喺度講廢話)
 - ◆ $P(A \cap B)$ 等於零係代表咗事件 A 同 B 喺唔會同時發生嘅。
 - 例如抽一隻啤牌時抽到 6 同 8。
 - ◆ 而當 $P(A \cap B)$ 唔等於零嘅時候就代表咗事件 A 同 B 喺可以同時發生嘅。
 - 例如抽一隻啤牌時抽到 6 同紅心。
- 對於唔可以同時間發生嘅事件，我哋就叫佢哋都“互斥事件”（互相排斥）。
 - 如果用溫氏圖嚟睇，互斥事件就係“唔重疊嘅兩個部份”。
- 而對於“互斥事件 A 同 B”嚟講，我哋又可以留意到，
 - 有時情形會係“唔係 A 就係 B，唔係 B 就係 A”。
 - ◆ 例如“是非題嘅答案是 T”同“是非題嘅答案是 F”，“擲骰仔擲到雙”同“擲骰仔擲到單”。
 - 對於依類事件，我哋會叫佢哋做“互補事件”。
 - ◆ 如果用溫氏圖嚟睇，互補事件就係“將個長方形一刀切開後嘅兩個部份”。
 - 即兩個部份加埋就係“所有可能性”。
- ◇ 至於“互斥但又唔係互補”嘅事件例子就多的是。例如“擲骰仔擲到雙”同“擲骰仔擲到 3”（因為“擲到 5”就已經唔係依兩件事件入面，所以佢哋唔係互補。）
- ◇ 其實學依 D 名詞都只係想你諗概率題目時會諗得清楚 D。名詞本身冇咩特別。