

12.4. 全等與相似三角形 (Congruent & Similar Triangles)

全等：指兩個圖形嘅形狀同大小都完全相同。
 一個圖經平移、反射或旋轉變換後，可得一個同原來圖形全等嘅圖形。

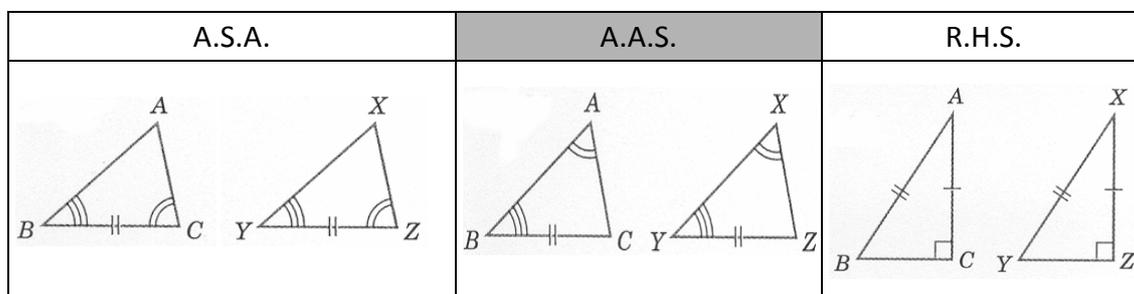
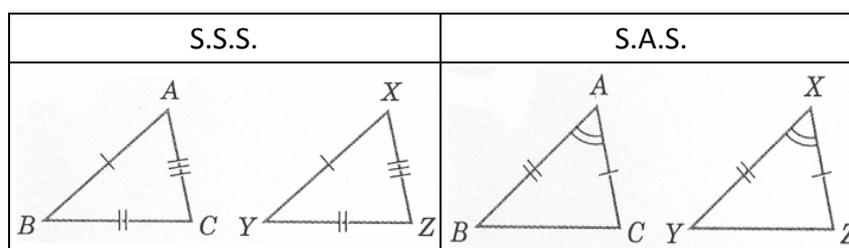
相似：指兩個圖形嘅形狀相同。
 一個圖形經放大或縮小變換後，可產生一個與原來圖形相似嘅圖形。

12.4.1. 全等三角形 (Congruent Triangles)

- 如果兩個 \triangle 全等，即係話：
 - 佢哋所有嘅對應邊 (corresponding sides) 相等，
 - 佢哋所有嘅對應角 (corresponding angles) 相等。
- “全等”嘅符號係“ \cong ”，所以“ $\triangle ABC$ 同 $\triangle XYZ$ 係全等”可寫成“ $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ”

三角形全等的條件

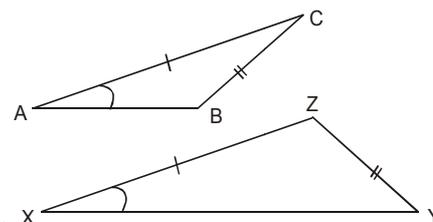
如果兩個三角形乎合以下五個條件中嘅其中一個，咁佢哋就係“全等”：



註：喺條件中嘅簡寫裡面“**A** = 角”、“**S** = 邊”、“**R** = 直角”、“**H** = 斜邊”。
 所為“**A.S.A.**”係指兩個三角形“連續的角、邊、角”都係相等。

注意：

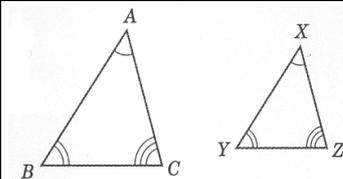
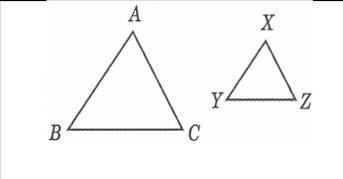
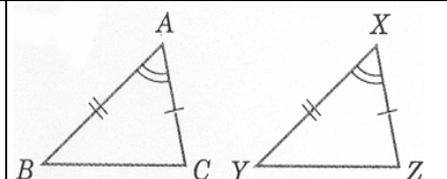
- 我哋一定要依照對應角嘅位置寫出兩個全等 \triangle 。
 在上圖中， $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ 不可寫作 $\triangle ABC \cong \triangle YZX$
- **SSA** 不能用作證明全等 \triangle 。
 睇吓右邊兩個 \triangle 就知道佢哋“唔全等”
- **A.A.S.** 雖是其中一個全等嘅條件，但我覺得可以不記。
 原因係如果兩個 \triangle 嘅兩隻角都相等，利用“ \triangle 內角和”， $\angle X$ 我哋可以證明第三隻角都相等。咁我哋就可以利用“**A.S.A.**”嚟證明兩個 \triangle 係全等嘅。



12.4.2. 相似三角形 (Similar Triangles)

- 如果兩個 \triangle 相似，即係話：
 - 佢哋嘅對應角相等，
 - 佢哋嘅對應邊嘅比例相等 (corresponding sides are proportional)。
- “相似”嘅符號係“ \sim ”，所以“ $\triangle ABC$ 同 $\triangle XYZ$ 係相似”可寫成 $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ (留意一定要跟對應角嘅位置寫出 \triangle 的名字)

三角形相似的條件

三角相等 (3 angles are equal)	三邊成比例 (3 sides are proportional)	兩邊成比例且夾角相等 (2 sides prop. & incl. \angle s equal)
		

相似三角形特性

如 $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ ，則

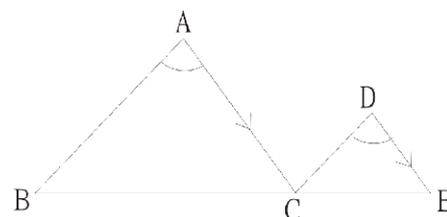
- $\angle A = \angle X$; $\angle B = \angle Y$; $\angle C = \angle Z$
- $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZA}$

12.4.3. 公開試提點

- “相似 \triangle ”應該考得多過“全等 \triangle ”。依個係因為相似 \triangle 有時會連埋“相似圖形的面積及體積”嚟考。題目要求你睇到邊兩個 \triangle 相似，然後利用“相似 \triangle 特性”中嘅邊長比嚟求其他邊或計兩個圖形嘅面積比。
- 另外，有時會出“證明題”（例如叫你證明 $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ）。同學一般都覺得依D題目比較難，唔知到底要點寫個證明。其實同學要明白“題目叫你證明嘅嘢係一定啱嘅，我哋要做嘅係寫出點解我哋知道佢係啱嘅”。

例子：在右圖中， $\angle BAC = \angle CDE$ ；證明 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$

解說：首先同學要諗吓有咩方法可以證明兩個 \triangle 相似，再睇吓可以用邊個方法。首先題目冇提過邊長，所以剩底可以用嘅只有“三角相等”。因此我哋要寫嘅係“點解三隻角相等”。寫法如下：



- | | | |
|---|---------------------------|--------------------------------------|
| $\angle BAC = \angle CDE$ | (已知) | ← 依行講我哋點解知道第一隻角相等 |
| $\angle ACB = \angle DEC$ | (同位角, $AC \parallel DE$) | ← 依行講我哋點解知道第二隻角相等 |
| $\angle ABC = \angle DCE$ | (\triangle 內角和) | ← 因兩個 \triangle 已有兩隻角相等，所以第三隻角都會相等 |
| $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DCE$ | (三角相等) | ← 因三隻角都相等，所以可以寫出佢哋係相似嘅 |