

54. 答案: C

解題要點:

這題目是在考“圓形的坐標幾何”

一般解法:

如要求得 R，我們可以以下的聯立方程

$$\begin{cases} \text{圓的方程} \\ \text{直接 PQ 的方程} \end{cases}$$

先求圓的方程:

因 x-軸及 y-軸為圓的切線，所以圓心的 x-坐標及 y-坐標相等。設圓心為 X(r, r)。

△PQO 面積 = △OPX 面積 + △OOX 面積 + △POX 面積

$$\frac{OP \times OQ}{2} = \frac{OP \times r}{2} + \frac{OQ \times r}{2} + \frac{PQ \times r}{2}$$

$$\frac{3 \times 4}{2} = \frac{3r}{2} + \frac{4r}{2} + \frac{5r}{2}$$

$$12 = 12r$$

$$r = 1$$

所以圓方程為: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 直線 PQ 的方程:

$$\frac{y - 0}{x - 3} = \frac{4 - 0}{0 - 3}$$

$$\frac{y}{x - 3} = \frac{-4}{3}$$

$$y = \frac{-4}{3}x + 4$$

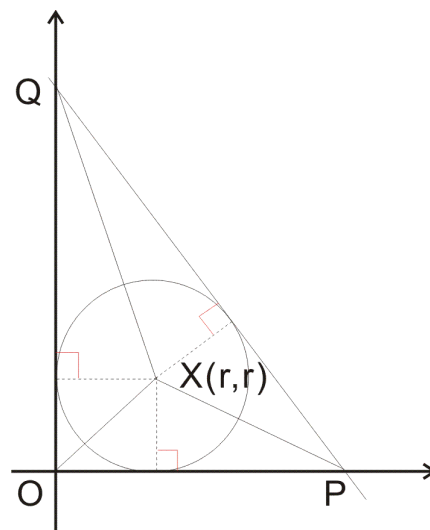
$$\text{所以聯立方程爲 } \begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 & \dots \dots \dots (1) \\ y = \frac{-4}{3}x + 4 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{代(2)入(1): } (x - 1)^2 + \left(\frac{-4}{3}x + 4 - 1\right)^2 = 1$$

$$x^2 - 2x + 1 + \left(\frac{-4}{3}x + 3\right)^2 = 1$$

$$x^2 - 2x + \frac{16}{9}x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$9x^2 - 18x + 16x^2 - 72x + 81 = 0$$



$$25x^2 - 90x + 81 = 0$$

$$x = \frac{9}{5}$$

代 $x = \frac{9}{5}$ 入 (2)，可求得

$$y = \frac{8}{5}$$

所以 R 為 $(\frac{9}{5}, \frac{8}{5})$