

43. 答案： A

一般解法:

應付這題目的要點在於利用  $b = \sqrt{ac}$  的關係來測試 I, II 及 III 是否為指出的數列 (即測試數列是否有公差或公比)。

測試 I 是否等差數列

$$T_3 - T_2 = \log c^2 - \log b^2 = \log \frac{c^2}{b^2} = \log \frac{c}{a} = \log \frac{c}{a}$$

$$T_2 - T_1 = \log b^2 - \log a^2 = \log \frac{b^2}{a^2} = \log \frac{ac}{a^2} = \log \frac{c}{a}$$

$$\therefore T_3 - T_2 = T_2 - T_1$$

$\therefore$  I 是一等差數列

測試 II 是否等差數列

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{c^3}{b^3} = \frac{c^3}{(\sqrt{ac})^3} = \frac{c^3}{((ac)^{\frac{1}{2}})^3} = \frac{c^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{b^3}{a^3} = \frac{(\sqrt{ac})^3}{a^3} = \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$\therefore$  II 是一等比數列

測試 III 是否等差數列

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{4^c}{4^b} = (4)^{c-b} = (4)^{c-\sqrt{ac}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4^b}{4^a} = (4)^{b-a} = (4)^{\sqrt{ac}-a}$$

$$\therefore \frac{T_3}{T_2} \neq \frac{T_2}{T_1}$$

$\therefore$  III 不是一等比數列

解法 2(設數字):

設  $a=2$ ,  $b=4$ ,  $c=8$  以乎合  $b = \sqrt{ac}$  的關係。

測試 I 是否等差數列

$$T_3 - T_2 = \log 8^2 - \log 4^2 = 0.60205999 \quad (\text{用計算機計})$$

$$T_2 - T_1 = \log 4^2 - \log 2^2 = 0.60205999$$

$$\therefore T_3 - T_2 = T_2 - T_1$$

$\therefore$  I 是一等差數列

測試 II 是否等差數列

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{8^3}{4^3} = 8$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4^3}{2^3} = 8$$

$$\therefore \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$\therefore$  II 是一等比數列

測試 III 是否等差數列

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{4^8}{4^4} = (4)^{8-4} = (4)^4$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4^4}{4^2} = (4)^{4-2} = (4)^2$$

$$\therefore \frac{T_3}{T_2} \neq \frac{T_2}{T_1}$$

$\therefore$  III 不是一等比數列