

45. 答案: B

解題要點:

這題目是在考“三角比”。

留意題目中的方程其實是“一元二次方程，變數為 $\sin \theta$ ”。

一般解法:

$$3 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{3} \quad \text{或} \quad \sin \theta = -1 \quad (\text{用計數機的程式求的})$$

$$\theta = 19.47^\circ, 160.52^\circ \quad \text{或} \quad \theta = 270^\circ$$

所以當 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 時，方程有 3 個根。

補充（希望以下幾點可以幫同學明白怎樣去解三角比的方程中的 θ ）:

I 方程中只可出現一個三角比函數

如出現兩個三角比函數，同學須利用以下恆等式：

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta; \quad \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta; \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

例： 方程 $\cos^2 \theta + 2 \sin \theta - 2 = 0$

可變為 $(1 - \sin^2 \theta) + 2 \sin \theta - 2 = 0$

即 $-\sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 1 = 0$

I 先求得三角比函數的值，即例如求得 $\sin \theta =$ 某一數值

I 要計數機中的 \sin^{-1} , \cos^{-1} , \tan^{-1} 等功能求 θ 的值

例： $\sin \theta = \frac{1}{3}$

$$\theta = 19.47^\circ$$

I 如 θ 為負數，同學須把它加 360°

I 除非 $\theta = 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 等，否則在 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ 的範圍內， θ 會有兩個根。

I 要求第二個根，同學須利用“四個象限內各三角比函數的正負”知識。

對不明白的同學，自己覺得最好的方法是用計數機“試”。

第二個根必為 $180^\circ + \theta$, $180^\circ - \theta$, $360^\circ - \theta$ 中的其中一個。

例： $\sin \theta = \frac{1}{3}$

用計數機會求得 $\theta = 19.47^\circ$

$180^\circ + \theta = 199.47^\circ$ ，但 $\sin 199.47^\circ = -1/3$ ，所以不是兩個根

$180^\circ - \theta = 160.52^\circ$ ，但 $\sin 160.52^\circ = 1/3$ ，所以是兩個根