

17.3. 解三角方程 - 求第二個解的必殺技

先講吓咩叫“第二個解”（因為我都唔知個正確名稱係咩）。

一般當我哋做三角比文字題嘅時候，題目可能要我哋搵一隻角。而我哋最終可能會計到：

$$\sin \theta = 1/2$$

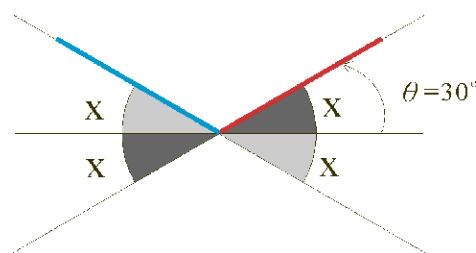
之後我哋會直接篤計數機，然後寫底“ $\theta = 30^\circ$ ”。這是第一個解（即我哋平日叫嘅“答案”）。

但喺係會考入面，我哋已經學咗喺 0° 至 360° 區間嘅 \sin 、 \cos 同 \tan 係點計。所以會考要你解三角方程都會寫明嘅範圍，“ $0^\circ < \theta < 360^\circ$ ”。而喺 0° 至 360° 間，“ $\sin \theta = 1/2$ ”係有兩個解嘅：

- 30° 係第一個解（計數機可以俾到我哋嘅答案）
- 150° 係第二個解（計數機唔會俾到我哋）。

求第二個解嘅方法如下（當我哋計緊 $\sin \theta = 1/2$ ）：

- 大家先要記得四個象限入面 \sin 、 \cos 、 \tan 幾時正幾時負。
 - 記嘅方法可以係“CAST”，或“Add Sugar To Coffee”（總之各施各法）。
- 當你用計數機計搵到第一個解嘅時候，畫以下嘅圖出嚟：
 - 先畫出一個米字
 - Mark 低第一個答案 $\theta = 30^\circ$ （即圖中的紅線）
 - 求圖中 x 的數值（咁啱都係 30° ）
留意圖中的四個 x 也是相等的。
- 根據題目定出第二個答案所在的象限
 - 因“ $\sin \theta$ 係正”，所以第二個答案在第二象限（即圖中的藍線）
 - “由 x -軸正方數起至藍線”的角就是第二個答案。
從圖中可看第二個答案 $= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。



另一個例子： $\sin \theta = -1/2$

- 用計數機計到 $\theta = -30^\circ$ 。
 - 因為係負數，所以順時針咁數 30° 度就係第一個答案嘅位置（即圖中的紅線）。
 - 你亦可用 $-30 + 360 = 330$ 求得第一個答案
- 因“ $\sin \theta$ 係負”，所以第二個答案在第三象限（即圖中的藍線）。
從圖中可看第二個答案 $= 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ 。
- 所以最終答案係要咁寫：

$$\sin \theta = -1/2$$

$$\theta = 210^\circ \text{ 或 } \theta = 330^\circ$$

