

17.4. 解三角方程 - 全面睇

17.4.1. 基本知識

首先睇解三角方程嘅時候要留意題目俾嘅範圍。例如題目可以係：

$$\text{解方程 } \sin \theta = 1/2 \quad 0^\circ < \theta < 360^\circ$$

因為隻角嘅取值範圍會直接影響到根（或解）嘅數目。

一般嚟講，如果 $0^\circ < \theta < 360^\circ$ ，咁一個簡單嘅“三角方程”（即 $\sin \theta = 1/2$ ； $\cos \theta = 1/2$ 等）係會有兩個根嘅。但如果條“簡單三角方程”右邊嘅值係 1 或者 0，咁大家就要小心 D。

17.4.2. 三角方程 Level 1

Level 1 嘅三角方程就係“最簡單”嘅三角方程，方程中只會出現一個三角比函數。

例如：

- $\sin \theta = 1/2$
- $2\cos \theta = -1$
- $\tan \theta = 2$

喺度教解三角方程嘅時候就只會做到以上嘅簡單三角方程出現（考試大家當然要繼續計）。至於點計到最終嘅二個解，大家可以睇返前一章“解三角方程 - 求第二個解的必殺技”。

17.4.3. 三角方程 Level 2

Level 2 嘅三角方程入面會出現二個三角比函數。方程亦只會限於一次方的三角比函數（即不會出現 $\sin^2 \theta$ ）。它們包括以下嘅形式：

- $2\sin \theta - \cos \theta = 0$

解依種方程嘅方法係 $\cos \theta$ 搬去右邊，然後兩邊除 $\cos \theta$ 。即：

$$2\sin \theta - \cos \theta = 0$$

$$2\sin \theta = \cos \theta$$

$$2 \sin \theta / \cos \theta = 1$$

$$2\tan \theta = 1 \quad (\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta)$$

$$\tan \theta = 1/2$$

留意：以上題目中的右邊一定是 0，否則已不在會考數學課程內了。

- $2\sin \theta = \tan \theta$

解依種方程嘅方法將 $\tan \theta$ 變成“ $\sin \theta / \cos \theta$ ”。即：

$$2\sin \theta = \tan \theta$$

$$2\sin \theta = \sin \theta / \cos \theta$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad 2 = 1/\cos \theta$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad \cos \theta = 1/2$$

17.4.4. 三角方程 Level 3

Level 3 嘅三角方程入面會出現二次方嘅三角比函數（即 $\sin^2 \theta$ 、 $\cos^2 \theta$ 等）。題目形式可以係：

● $2\sin^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$

留意其實： $\sin^2 \theta = (\sin \theta)^2$

所以上面嘅方程可以睇成係一條一元二次方程，只不過個未知數就唔係 x ，係 $\sin \theta$ 。

解題嘅方法就係用計數機嘅一元二次方程程式，答案可以咁寫：

$$2\sin^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$$

$$\sin \theta = 1/2 \quad \text{或} \quad \sin \theta = 3 \quad (\text{捨去, 因為 } -1 < \sin \theta < 1)$$

● $2\cos^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$

留意喺依度個二次方嘅三角函數同一次方嘅三角函數係唔同嘅！

喺依個時候大家要利用公式 “ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ” 將條方程變一變，咁就會出現一條一元二次方程。即：

$$2\cos^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 \theta) + \sin \theta - 1 = 0$$

$$-2\sin^2 \theta + \sin \theta + 1 = 0$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad \sin \theta = -1/2$$

當然除咗以上幾類三方比程，其實做有其他形式嘅三角方程。不過如果你明白以上嘅技巧，要解其他三角方程都應該唔會有問題。