

1.6. 解可變為二次方程的方程

2 所謂“可變為二次方程的方程”其實係指當我哋解一條方程嘅時候，原來嘅方程最終會被“化簡”成一條二次方程。

n 而之後我哋就可以用“解二次方程”嘅方法（用計數機嘅程式）嚟計到個答案。

1.6.1. 分式方程 (Fractional Equations)

l 分式方程係指方程入面會有以多項式做分母嘅分數式出現嘅方程。

例子： 解方程

$$\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} = 1$$

解說：

l 其實做分式方程冇咩特別。

l 就當你睇到條數嘅時候唔知點計，咁你會覺得有咩可以做吓呢？

n 因為要計“分數”相減，我哋要先做“通分母”。

n 通完分母之後條數會變成咁：

$$\frac{2(x+2) - 1(x+1)}{(x+1)(x+2)} = 1 \quad \left(\text{分母就係一個“二次方嘅多項式”} \right)$$

n 之後繼續化簡落去：

$$\frac{2x+4-x-1}{x^2+2x+x+1} = 1 \quad \left(\text{將分母展開} \right)$$

$$\frac{x+3}{x^2+3x+1} = 1$$

$$x+3 = x^2+3x+1 \quad \left(\text{將分母移去右邊變成“}1 \times \text{分母”} \right)$$

$$-x^2 - 2x + 2 = 0 \quad \left(\text{移項後就得到一條二次方程} \right)$$

$$x = 0.73 \quad \text{或} \quad x = -2.73 \quad \left(\text{用計數機程式直接篤個答案出嚟} \right)$$

1.6.2. 指數方程 (Exponential Equations)

指數方程其實同“二次方程”個樣差唔多，只不過 d 指數（即次方）會大 d。

例如： $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

留意俾你計得嘅指數方程都會有一個特點，就係兩個指數會相差一倍。

就好似 x^4 同 x^2 ，或者 x^6 同 x^3 咁。

有咁嘅特點係因為只有咁，條指數方程先可以變成“二次方程”。

例子：解方程 $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

解說：

因為兩個指數係相差一倍，所以我哋先利用 $x^4 = (x^2)^2$ 嚟改變條方程：

$$(x^2)^2 + 4x^2 - 5 = 0$$

喺依個時候，我哋只要當“ x^2 ”係一個公仔，咁就睇到條方程其實係一條二次方程。

即係好似： $y^2 + 4y - 5 = 0$

有好多老師會教你哋設 $y = x^2$ ，然後寫上面條方程出嚟。不過我覺得只要你接受到“當 x^2 係個公仔”，咁就可以直接計落去。

整個解方程嘅步驟如下：

$$x^4 + 4x^2 - 5 = 0$$

$$(x^2)^2 + 4x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad \text{或} \quad x^2 = -5 \quad (\text{捨去})$$

$$x = 1 \quad \text{或} \quad x = -1$$

依條係二次方程，所以可以直接篤計數機。

因為 x^2 冇可能係負數，所以要捨去此答案。

記住我哋要一路計落去，直到接到 x 為止。

1.6.3. 對數方程 (Logarithmic Equations)

對數方程只係指方程入面會有 \log 嘅出現。

而解“可變為二次方程嘅對數方程”其實同解一般對數方程一樣，方法基本上係：

整到兩邊都係“ \log 一夠嘢”

之後一齊整走個 \log

只不過整走個 \log 之後會得到一條二次方程

例子：解方程 $2\log x - \log(2x-1) = 0$

解說：

首先大家要熟對數嘅性質。詳細可睇返“3.3.3 對數的性質”。

整個解方程嘅步驟如下：

$$2\log x - \log(2x-1) = 0$$

$$\log x^2 = \log(2x-1)$$

$$x^2 = 2x - 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

利用 $\log x^a = a \log x$

直接篤計數機