

11.2 根的性質 (Nature of Roots)

大家先用計數機計吓以下的數值：

$$\sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

⚠ 計到 $\sqrt{-3}$ 係 “Math Error” 係正常嘅！

根據求根公式，：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

假如我哋設 $\Delta = b^2 - 4ac$ ，咁方程嘅兩個根就係：

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{或} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

留意如果

⌒ $\Delta = 0$ ， $“-b + \sqrt{\Delta}”$ 同 $“-b - \sqrt{\Delta}”$ 都會變成 $“-b”$ 。兩個根都會等於 $“-b / 2a”$

⌒ $\Delta > 0$ ， $“-b + \sqrt{\Delta}”$ 同 $“-b - \sqrt{\Delta}”$ 就會唔一樣，即兩個根會唔相同

⌒ $\Delta < 0$ ， $“\sqrt{\Delta}”$ 係計唔到，所以我哋會話“方程沒有實根”（實根 = 實數的根，如 1.1, 2 等）

總結：

⌒ 所謂“根的性質”，我哋係講緊兩個根是否存在，同埋是否一樣

⌒ $\Delta = b^2 - 4ac$ ，被稱為“判別式” (discriminant)

⌒ 根據判別式嘅大細，我哋可以知道根嘅性質：

$\Delta >$	方程有兩個不同嘅實根 (2 unequal real roots)
$\Delta = 0$	方程有兩個相同嘅實根 “二重根” (2 equal roots)
$\Delta < 0$	方程沒有實根 (no real roots)

常見會考問法

喺會考度，有時題目會問：“如 $x^2 + 5x + k = 0$ 沒有實根，求 k 的範圍。”

見到“沒有實根”，大家就要諗起 $“\Delta < 0”$ ，即 $(5)^2 - 4(1)(k) < 0$ 。

所以答案可以咁寫：

$$\begin{aligned} \text{因方程沒有實根，} \quad \Delta < 0 \\ (5)^2 - 4(1)(k) < 0 \\ 25 < 4k \\ k > 25/4 \end{aligned}$$