

## 19.2 等比數列 (Geometric Sequence)

### 公比概念

- | 所謂等比數列就係“係數列中嘅每個數字(即每一項)同前一項嘅比係相等嘅”
- | 例子: 3, 6, 12, 24, 48, ..... 是一個等比數列 (因為每一項同前一項嘅比都係 2)。
- | “相等的比”就係“公比”，記作“R” (或“r”)

### 通項

- | 係等比數列裡面，如果第一項係 a，第二項就係 aR，第三項就係 aR<sup>2</sup>。
- | 不難推算：第 n 項  $T(n) = aR^{n-1}$

### n 項和

- | 公式：
$$S(n) = \frac{a(1-R^n)}{1-R}$$
- | 唔似等差數列嘅 n 項和，我哋係有“小學嘅公式”嘅

### 無限項之和

- | “無限項之和”係將等比數列嘅項不斷咁加落去嘅總和，記作  $S_{\infty}$  ( $\infty$  是無限的符號)。
- | 公式：
$$S_{\infty} = \frac{a}{1-R} \quad -1 < R < 1$$
- | 留意係條公式度係註明咗 “ $-1 < R < 1$ ”。
- | 依個係因為如果  $R > 1$  (或  $R < -1$ ) 的話，數列嘅數係會不斷咁大落去，所以無限項之和都會係無限 (咁重有咩要計呀！)。
- | 相返如果 “ $-1 < R < 1$ ”，D 數係會一路咁細落去 (例如一個等比數列嘅首項係 4，等比係 1/10 (即 0.1)，咁個數列會係 “4, 0.4, 0.04, 0.004, 0.0004, .....”)，。所以無限項之和係有得計嘅。

### 計數技巧

- | 先明白同背咗“通項”、“n 項和”、“無限項之和”嘅公式
- | 如果唔識計條數，可利用題目俾嘅資料先求“首項”同“公比”，之後再諗點計條數。
- | 求“首項”同“公比”嘅其中一種方法：

題目：某等比數列的第 3 項為 12，第 6 項為 96；求第 5 項的值。

題說：根據題目， $T(3) = aR^2 = 12$  ----- (1)

$T(6) = aR^5 = 96$  ----- (2)

(1)同(2)夾埋係一對“二元聯立方程”。但係同我哋平時計開嘅“二元一次聯立方程”係有唔同嘅。之前計個 D 係好似“ $3x + 5y = 8$ ”，但依家就係兩個未知數係用“乘”相連。要計依 D 數，只要將 (2) 除 (1) 就得：

$$aR^5 / aR^2 = 96/12$$

$$R^3 = 8$$

$$R = 2$$

代  $R = 2$  入 (1) 就計到  $a = 3$ 。之後就可以用  $T(5) = aR^4$  計到第 5 項。